ALDAGAI ERREALEKO FUNTZIO ERREALAK (21/22 – 22/23)

(Definizio-eremuak, limiteak, jarraitutasuna, deribatuak eta diferentziala. Gradientea. Funtzio konposatuak)

1.- Aurkitu analitiko eta grafikoki hurrengo funtzioaren definizio-eremua:

$$f(x,y)=\frac{\mathrm{L}\left[\left(36-x^2-9y^2\right)\cdot\left(x^2+y^2-4\right)\right]}{\sqrt{x^2-y}}$$

2.- Hurrengo funtzioaren definizio-eremua analitiko eta grafikoki lortu:

$$f(x,y)=\frac{\mathrm{L}\left[(x-y)\cdot\left(x^2+y^2-1\right)\right]}{\arccos\left(\frac{x}{3}\right)}$$

3.- Aurkitu analitiko eta grafikoki hurrengo funtzioaren definizio-eremua:

$$f(x,y)=\frac{\mathrm{L}(y-\sin x)}{\sqrt{x^2+(y-2)^2-1}}+\sqrt{\pi-|x|}$$

4.- Lortu, analitiko eta grafikoki, hurrengo funtzioaren definizio-eremua:

$$f(x,y)=\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2-1}+\arcsin(x-y)+\mathrm{L}\left(y+e^x\right)$$

5.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\left(x^2+y^2\right)\cdot\mathrm{L}(1+x\cdot y)}{\sin\left(x^2+y^2\right)} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik,

a) Aztertu bere jarraitutasuna $(0,0)$ puntuan.

b) Kalkulatu $f'_x(0,0)$ eta $f'_y(0,0)$.

c) Estudiatu bere diferentziagarritasuna $(0,0)$ puntuan.

6.- Izan bedi $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{e^x-e^{-y}}{x+y} & \forall(x,y)/x+y\neq 0\\ e^x & \forall(x,y)/x+y=0\end{cases}$ funtzioa. Kalkulatu $f'_x(0,0)$ eta $f'_y(0,0)$.

7.- Diferentziala erabiliz, $f(x,y)=e^{x\cdot y}$ funtzioaren balio hurbildua kalkulatu $P(x,y)=(1.1,-0.1)$ puntuan.

8.- Oztopo ugari dituen itxura angeluzuzeneko klase batean, Wi-Fi errepikagailua leku jakin batean kokatuta dago, eta gelako puntu bakoitzean ematen duen estaldura honako funtzio honek adierazten du:

$$f(x,y)=e^{\sin(x-1)}+e^{\sin(2-y)}+x^2\cdot y$$

a) Ikasle bat $P(1,2)$ puntuan badago, norantz mugitu beharko du estaldura ahalik eta arinen handitzeko? Zer gertatuko da OY ardatzarekiko paraleloa den norabidean mugitzen bada?

b) $Q(2,1)$ punturantz mugitzen bada, estaldurak gora edo behera egingo du?

9.- $T(x,y,z)=10\cdot\left(x\cdot e^{-y^2}+z\cdot e^{-x^2}\right)$ funtzioak biltegi zilindriko baten tenperatura adierazten du. Espazioko (0,0,1) puntuan kokatzen bagara:

a) Kalkulatu tenperaturaren aldakuntzaren abiadura (2,3,1) puntura zuzen abiatzen bagara.

b) Zein norabidetan zehar mugitu beharko genuke tenperatura ahalik eta azkarren jaisteko?

10.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik,

a) Kalkula itzazu bere deribatu partzialak (0,0) eta (1,1) puntuetan.

b) Azter ezazu bere diferentziagarritasuna (0,0) eta (1,1) puntuetan.

c) Kalkula ezazu zein abiadurarekin aldatzen den *f*, (0,0) eta (1,1) puntuetatik mugitzen bagara $y=2x-3$ zuzenaren norabideari jarraituz.

11.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{L}\left(1+x^3\right)}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik, aztertu bere deribagarritasuna eta diferentziagarritasuna (0,0) puntuan.

12.- Kalkulatu a eta b balioak $f(x,y)=e^{xy}\cdot\sin(ax-by)$ funtzioaren aldakuntzaren abiadura maximoa (0,0) puntuan 5 izan dadin, eta, $y=2x$ zuzenaren norabidean lor dadin.

13.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y^3\cdot e^{x^2+y^2}}{\left(x^2+y^2\right)^2} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik:

a) Aztertu bere diferentziagarritasuna $(0,0)$ puntuan.

b) Kalkulatu bere deribatu direkzionala $(0,0)$ puntuan, $\vec{u}=(2,3)$ bektorearen norabidean

14.- $f(x,y)=e^{\phi(xy)}+\int_0^{xy}\dfrac{e^t}{t-1}dt$ funtzio diferentziagarria emanik, eta jakinda $\phi(u)$ ere diferentziagarria dela, $\phi(0)=1$ eta $\phi'(0)=-1$ izanik, lortu norabidea eta noranzkoa zeinean f azkarren jaisten den, $P(x,y)=(0,2)$ puntutik abiatuz.

15.- $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{y^3 \cdot e^{x+y}}{x^2+y^2} & \forall (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ funtzioa emanik:

a) Aztertu bere jarraitutasuna $(0,0)$ puntuan.

b) Kalkulatu bere deribatu partzialak $(0,0)$ puntuan.

c) Aztertu bere diferentziagarritasuna $(0,0)$ puntuan.